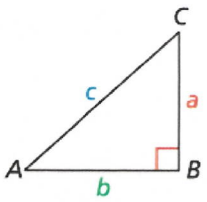
1

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad a = \sqrt{c^2 - b^2} \qquad b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

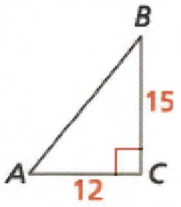


إذا كان ABC مثلثًا قائم الزاوية

فإن $a^2 + b^2 = c^2$

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{AB}$

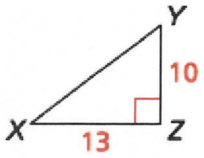
$\sqrt{15^2+12^2} =$



A $\sqrt{3}$ B 9 C $3\sqrt{41}$ D $\sqrt{27}$

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{XY}$

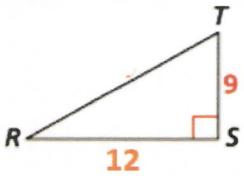
$\sqrt{13^2+10^2} =$



A $\sqrt{23}$ B 23 C $\sqrt{69}$ D $\sqrt{269}$

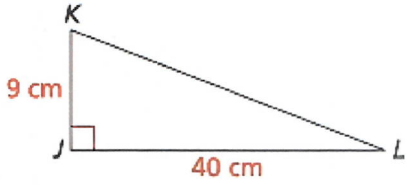
في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{RT}$

$\sqrt{12^2+9^2} =$



A 15 B $\sqrt{3}$ C $3\sqrt{7}$ D $\sqrt{29}$

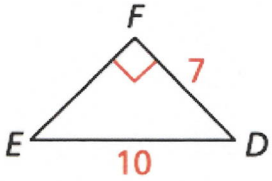
أوجد طول $\overline{KL}$



$KL = \sqrt{40^2 + 9^2}$

$KL = 41$ cm

أوجد طول $\overline{EF}$

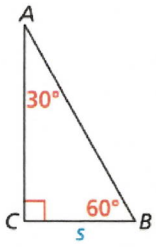


$EF = \sqrt{10^2 - 7^2}$

$EF = \sqrt{51}$

2

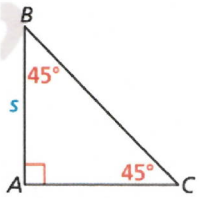
إذا كان



$AC = \sqrt{3}\,s$ فإن

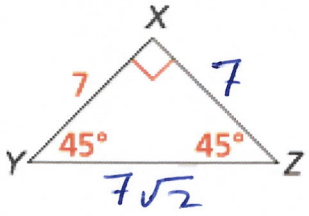
$AB = 2s$

إذا كان



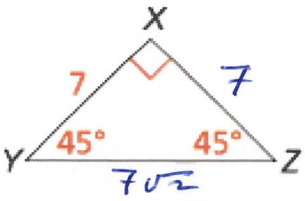
$BC = \sqrt{2}\,s$ فإن

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{YZ}$



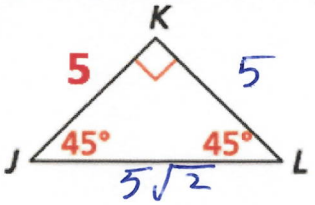
A 7 B $7\sqrt{3}$ C 14 D $7\sqrt{2}$

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{XZ}$



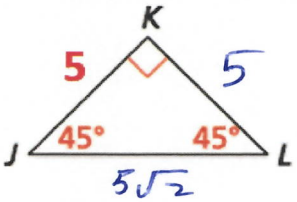
A 14 B $7\sqrt{3}$ C 7 D $7\sqrt{2}$

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{KL}$



A $5\sqrt{2}$ B 5 C 10 D $5\sqrt{3}$

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{JL}$

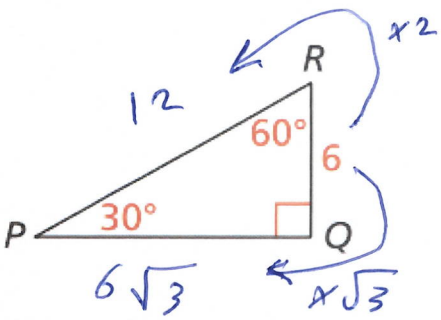


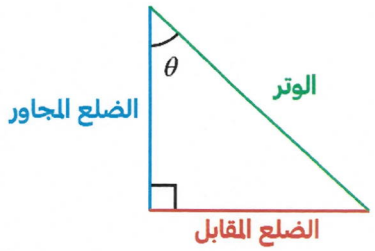
A $5\sqrt{2}$ B $5\sqrt{3}$ C 10 D 5

أوجد PQ و PR في المثلث التالي:

$PR =$ 12

$PQ =$ $6\sqrt{3}$





ظل الزاوية θ

$$\tan\theta = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}}$$

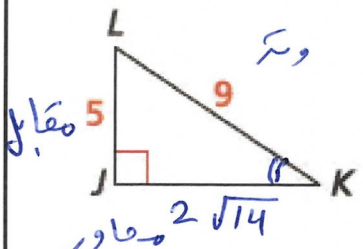
جيب تمام الزاوية θ

$$\cos\theta = \frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}}$$

جيب الزاوية θ

$$\sin\theta = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الوتر}}$$

في الشكل المجاور أوجد كل من:

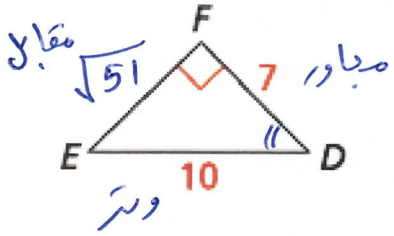


$\overline{JK}$ طول = $\sqrt{9^2-5^2} = 2\sqrt{14}$

$\sin k = \frac{5}{9}$ (مقابل / وتر)

$\cos k = \frac{2\sqrt{14}}{9}$ (مجاور / وتر)

$\tan k = \frac{5}{2\sqrt{14}}$ (مقابل / مجاور)

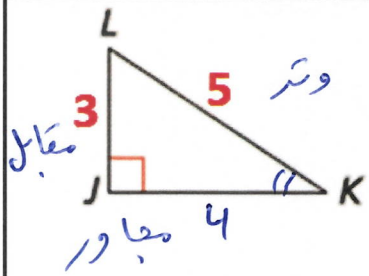


$\overline{EF}$ طول = $\sqrt{10^2-7^2} = \sqrt{51}$

$\sin D = \frac{\sqrt{51}}{10}$

$\cos D = \frac{7}{10}$

$\tan D = \frac{\sqrt{51}}{7}$

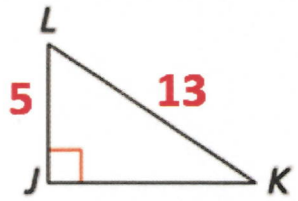


$\overline{JK}$ طول = $\sqrt{5^2-3^2} = 4$

$\sin k = \frac{3}{5}$

$\cos k = \frac{4}{5}$

$\tan k = \frac{3}{4}$



$\overline{JK}$ طول = ...

متروك للطالب

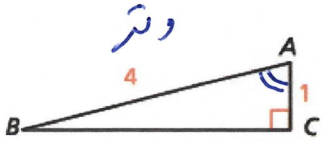
$\sin L$ = ...

$\cos L$ = ...

$\tan L$ = ...

4

في المثلث المقابل أوجد: $m\angle A$ مقربًا الناتج إلى أقرب درجة.



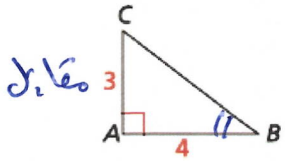
مجاور

$$\cos A = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{1}{4}$$

$$m\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$$

A 14° B 76° C 60° D 30°

في المثلث المقابل أوجد: $m\angle B$ مقربا الناتج إلى أقرب درجة.



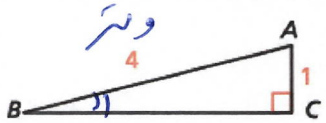
مجاور

$$\tan B = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{3}{4}$$

$$m\angle B = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$$

A 37° B 53° C 49° D 41°

في المثلث المقابل أوجد: $m\angle B$ مقربا الناتج إلى أقرب درجة.



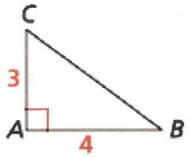
مقابل

$$\sin B = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{1}{4}$$

$$m\angle B = \sin^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$$

A 60° B 76° C 14° D 30°

في المثلث المقابل أوجد: $m\angle C$ مقربا الناتج إلى أقرب درجة.

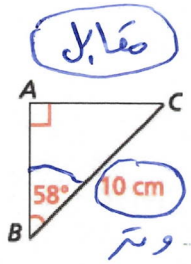


متروك للطالب

A 37° B 41° C 49° D 53°

5

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{AC}$



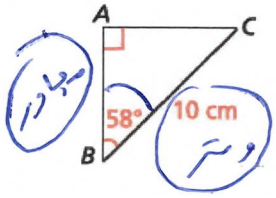
مقابل
وتر

$\sin 58° = \frac{AC}{10}$ (مقابل / وتر)

$AC = 10 \sin 58°$

A 8.5 B 5.3 C 16 D 11.8

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{AB}$



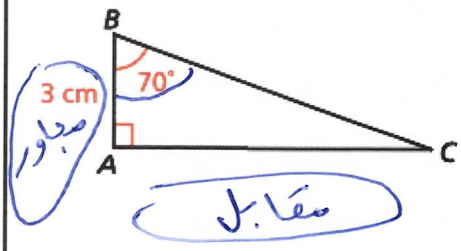
مجاور
وتر

$\cos 58° = \frac{AB}{10}$ (مجاور / وتر)

$AB = 10 \cos 58°$

A 8.5 B 5.3 C 16 D 11.8

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{AC}$



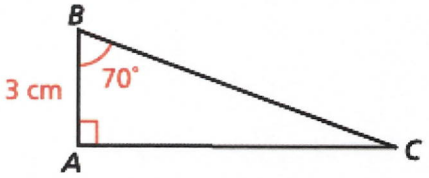
مجاور
مقابل

$\tan 70° = \frac{AC}{3}$ (مقابل / مجاور)

$AC = 3 \tan 70°$

A 3.5 B 2.8 C 1 D 8.2

في المثلث المقابل أوجد طول $\overline{BC}$



متروك للطالب

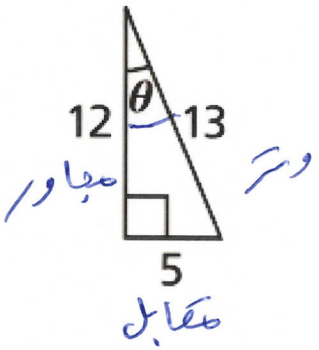
A 3.2 B 5.3 C 8.8 D 3.5

في المثلث التالي:

$\sin\theta = \frac{5}{13}$ $\csc\theta = \frac{13}{5}$

$\cos\theta = \frac{12}{13}$ $\sec\theta = \frac{13}{12}$

$\tan\theta = \frac{5}{12}$ $\cot\theta = \frac{12}{5}$

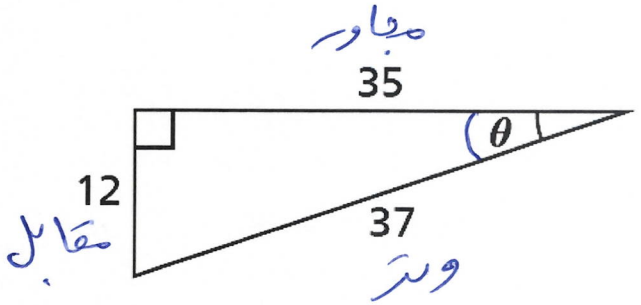


في المثلث التالي:

$\sin\theta = \frac{12}{37}$ $\csc\theta = \frac{37}{12}$

$\cos\theta = \frac{35}{37}$ $\sec\theta = \frac{37}{35}$

$\tan\theta = \frac{12}{35}$ $\cot\theta = \frac{35}{12}$

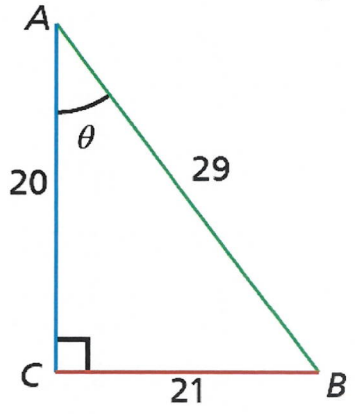


في المثلث التالي:

$\sin\theta =$ $\csc\theta =$

$\cos\theta =$ $\sec\theta =$

$\tan\theta =$ $\cot\theta =$



7

إذا كان $\cos\theta = \frac{40}{41}$ أوجد: (مجاور / وتر)

مقابل $= \sqrt{41^2 - 40^2}$

مقابل $= 9$

$\sin\theta = \frac{9}{41}$ $\quad \csc\theta = \frac{41}{9}$

$\cos\theta = \frac{40}{41}$ $\quad \sec\theta = \frac{41}{40}$

$\tan\theta = \frac{9}{40}$ $\quad \cot\theta = \frac{40}{9}$

إذا كان $\tan\theta = \frac{15}{8}$ أوجد:

مدرك الطالب

$\sin\theta =$ $\quad \csc\theta =$

$\cos\theta =$ $\quad \sec\theta =$

$\tan\theta =$ $\quad \cot\theta =$

إذا كان $\sin\theta = \frac{24}{25}$ أوجد: (مقابل / وتر)

مجاور $= \sqrt{25^2 - 24^2}$

مجاور $= 7$

$\sin\theta = \frac{24}{25}$ $\quad \csc\theta = \frac{25}{24}$

$\cos\theta = \frac{7}{25}$ $\quad \sec\theta = \frac{25}{7}$

$\tan\theta = \frac{24}{7}$ $\quad \cot\theta = \frac{7}{24}$

إذا كان $\alpha + \beta = 90°$ وكان $\sin\alpha = \frac{7}{25}$, $\cos\alpha = \frac{24}{25}$

فأوجد:

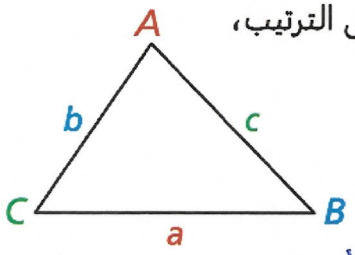
$\sin\beta = \frac{24}{25}$ $\cos\beta = \frac{7}{25}$

المثلث DFE قائم الزاوية في F، وفيه $m\angle D = \alpha$ و $m\angle E = \beta$.

إذا كان $\sin\alpha = \frac{8}{17}$ و $\cos\alpha = \frac{15}{17}$، أوجد $\sin\beta$ و $\cos\beta$.

$\sin\beta = \frac{15}{17}$ $\cos\beta = \frac{8}{17}$

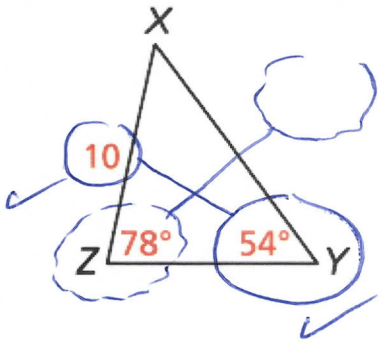
في أي مثلث ABC، إذا كانت أطوال الأضلاع a, b, c تقابل الزوايا A, B, C على الترتيب، فإن **قانون الجيب** يربط جيب كل زاوية بطول الضلع المقابل لها.



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

يستعمل إذا علمنا قياس زاوية وطول الضلع المقابل لها

أوجد طول $\overline{XY}$ في المثلث التالي:

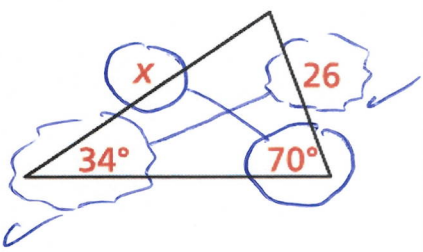


$\frac{\sin 54°}{10} = \frac{\sin 78°}{XY}$

$XY \frac{\sin 54°}{\sin 54°} = \frac{10 \sin 78°}{\sin 54°}$

$XY = 12.09$

أوجد قيمة x. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

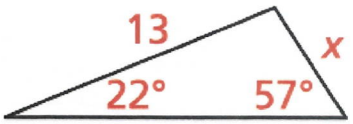


$\frac{\sin 34°}{26} = \frac{\sin 70°}{x}$

$x \frac{\sin 34°}{\sin 34°} = 26 \frac{\sin 70°}{\sin 34°}$

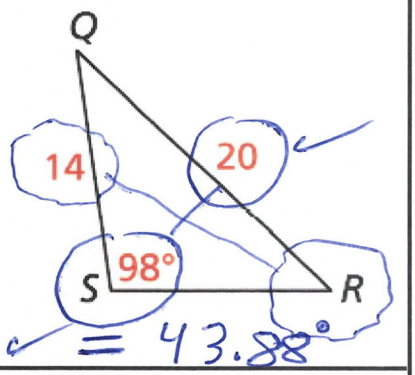
$x = 43.69 \simeq 43.7$

أوجد قيمة x. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



متروك للطالب

أوجد $m\angle R$ في المثلث التالي:



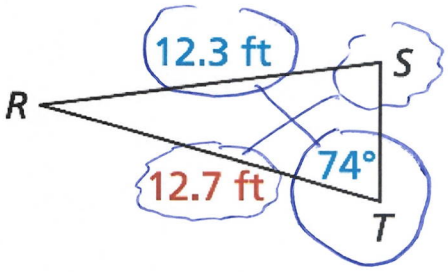
$$\frac{\sin 98^\circ}{20} = \frac{\sin R}{14}$$

$$\frac{20 \sin R}{20} = \frac{14 \sin 98^\circ}{20}$$

$$m\angle R = \sin^{-1}\left(\frac{14 \sin 98^\circ}{20}\right)$$

$$= 43.88^\circ$$

أوجد $m\angle S$ في المثلث التالي:



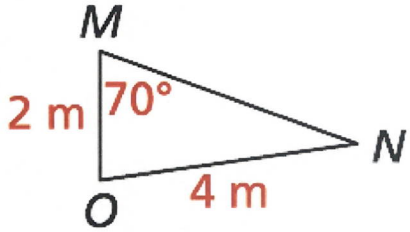
$$\frac{\sin 74^\circ}{12.3} = \frac{\sin S}{12.7}$$

$$\frac{12.3 \sin S}{12.3} = \frac{12.7 \sin 74^\circ}{12.3}$$

$$m\angle S = \sin^{-1}\left(\frac{12.7 \sin 74^\circ}{12.3}\right)$$

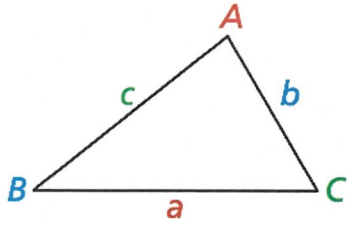
$$m\angle S = 82.99^\circ$$

أوجد $m\angle N$ في المثلث التالي:



متروك للطالب

يستعمل إذا فشل قانون sin



في أي ΔABC، يربط **قانون جيب التمام** بين جيب تمام الزوايا وأطوال الأضلاع المقابلة لها في المثلث.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

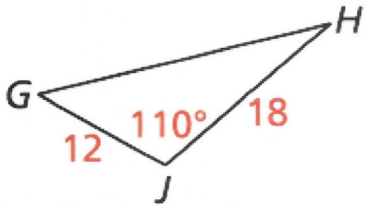
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\,cosA}$$

$$m\angle A = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

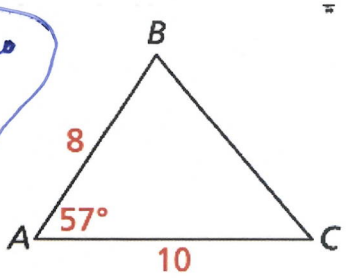
أوجد طول $\overline{GH}$ في المثلث التالي:



$GH = \sqrt{12^2 + 18^2 - 2\times12\times18\cos110^\circ}$

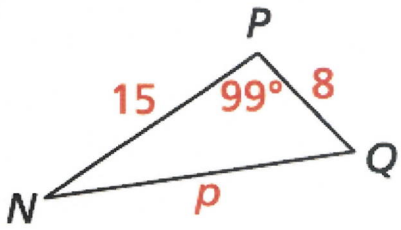
$GH = 24.81$

أوجد طول $\overline{BC}$ في المثلث التالي:



مترك للطالب

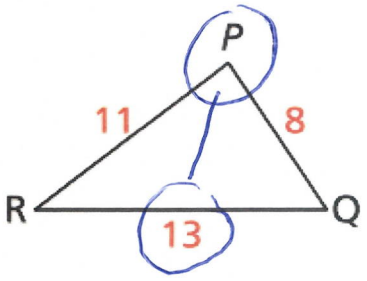
أوجد قيمة p في المثلث التالي:



$P = \sqrt{15^2 + 8^2 - 2\times15\times8\times\cos99^\circ}$

$P = 18.07$

أوجد $m\angle P$ في المثلث التالي:

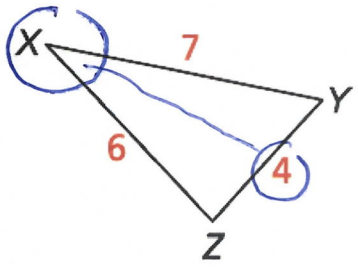


$m\angle P = \cos^{-1}\left(\frac{11^2 + 8^2 - 13^2}{2\times11\times8}\right)$

$m\angle P = 84.78^\circ$

11

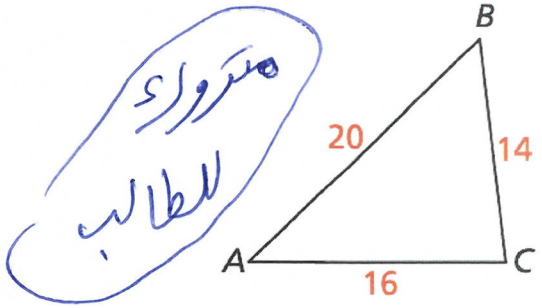
أوجد $m\angle X$ في المثلث التالي:



$$m\angle X = \cos^{-1}\left(\frac{7^2+6^2-4^2}{2\times 7\times 6}\right)$$

$$m\angle X = 43.77^\circ$$

أوجد $m\angle X$ في المثلث التالي:



مسروك للطالب

أوجد جميع الجذور التكعيبية الحقيقية للعدد 125

$\sqrt[3]{125} = 5$ ← فردي

الجذور الحقيقية من الدرجة الثالثة للعدد 343 (حل واحد)

$\sqrt[3]{343} = 7$ ← فردي

أوجد جميع الجذور الحقيقية من الدرجة الرابعة للعدد 16

$\sqrt[4]{16} = \pm 2$ ← زوجي (حلين)

الجذور التربيعية الحقيقية للعدد 25

$\sqrt{25} = \pm 5$ ← زوجي

وضّح معنى كل أس كسري أدناه، ثم أوجد قيمته.

$25^{\frac{1}{2}}$ (أس، دليل) $= \left(\sqrt{25}\right)^1 = (5)^1 = 5$

$32^{\frac{2}{5}}$ (أس، دليل) $= \left(\sqrt[5]{32}\right)^2 = (2)^2 = 4$

$16^{\frac{3}{4}}$ (أس، دليل) $= \left(\sqrt[4]{16}\right)^3 = (2)^3 = 8$

بسّط

$\sqrt[3]{8a^3b^9} = 2a^{\frac{3}{3}}b^{\frac{9}{3}} = 2a^1b^3$ (بالحاسبة)

$\sqrt[5]{32m^{15}} = 2m^{\frac{15}{5}} = 2m^3$ (بالحاسبة)

$\sqrt[3]{8y^9}$

مسروك للطالب

$\sqrt[4]{x^{20}y^8}$

$\sqrt[4]{256x^{12}y^{24}} = 4x^{12/4}y^{24/4}$ (بالحاسبة)

$= 4|x^3|y^6$

(x^3: فردي)

مسروك للطالب

12 **حل المعادلة**

$5x^2 = 320$

$\frac{5x^2}{5} = \frac{320}{5}$

$x^2 = 64$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{64}$

$x = \pm 8$

زوجية

حلان

$9x^3 = 1125$

$\frac{9x^3}{9} = \frac{1125}{9}$

$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{125}$

$x = 5$

فردية

حل واحد

المقدار $\sqrt[4]{16x^8y^{12}}$ في أبسط صورة.

A $2x^2y^3$ B $2|x^2|y^3$ C $2x^2|y^3|$ D $|2|x^2y^3$

المقدار $\sqrt{16x^6y^{12}}$ في أبسط صورة.

A $4|x^3|y^6$ B $4x^3y^6$ C $|4|x^3y^6$ D $4x^3|y^6|$

المقدار $\sqrt[4]{16x^{12}y^8}$ في أبسط صورة.

A $2x^3y^2$ B $2|x^3|y^2$ C $2x^3|y^2|$ D $|2|x^3y^2$

المقدار $\sqrt[6]{64x^{12}y^6}$ في ابسط صورة.

مذكورة للطالب

A $2x^2y$ B $2|x^2|$ C $|2|x^2y$ D $2x^2|y|$

13

حل المعادلة $3x^5 = 96$

$\frac{3x^5}{3} = \frac{96}{3}$

$\sqrt[5]{x^5} = \sqrt[5]{32}$

$x = 2$

A 32 B ± 32 C ± 2 D 2

حل المعادلة $3x^3 = 81$

$\frac{3x^3}{3} = \frac{81}{3}$

$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{27}$

$x = 3$

A 27 B 3 C ± 3 D ± 27

حل المعادلة $2x^5 = 2048$

$\frac{2x^5}{2} = \frac{2048}{2}$

$\sqrt[5]{x^5} = \sqrt[5]{1024}$

$x = 4$

A 4 B ± 5 C ± 4 D 5

حل المعادلة $3x^5 = 729$

مدرك للطالب

A 81 B ± 3 C 3 D ± 81

14

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\sqrt{20}+\sqrt{80}-\sqrt{45}$

$=\sqrt{2^2\times5}+\sqrt{4^2\times5}-\sqrt{3^2\times5}$

$=2\sqrt{5}+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}$

A $3\sqrt{5}$ B $5\sqrt{3}$ C $2\sqrt{5}$ D $5\sqrt{2}$

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\sqrt{12}+\sqrt{48}+\sqrt{75}$

مدرك الطالب

A $3\sqrt{5}$ B $5\sqrt{3}$ C $3\sqrt{11}$ D $11\sqrt{3}$

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\sqrt{32}+\sqrt{2}-\sqrt{8}$

$=\sqrt{4^2\times2}+\sqrt{2}-\sqrt{2^2\times2}$

$=4\sqrt{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}$

A $3\sqrt{5}$ B $2\sqrt{3}$ C $3\sqrt{2}$ D $5\sqrt{2}$

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\sqrt{45}+\sqrt{5}-\sqrt{20}$

مدرك الطالب

A $5\sqrt{5}$ B $2\sqrt{5}$ C $3\sqrt{5}$ D $5\sqrt{2}$

15

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$

$\frac{2}{2-\sqrt{3}} \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

$= 4 + 2\sqrt{3}$

A $4-2\sqrt{3}$ B $4+2\sqrt{3}$ C $2+2\sqrt{3}$ D $2-2\sqrt{3}$

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

$\frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$= -1 + \sqrt{2}$

A $1+\sqrt{2}$ B $1-\sqrt{2}$ C $-1+\sqrt{2}$ D $-1-\sqrt{2}$

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\frac{2}{2+\sqrt{3}}$

مشروح للطالب

A $4-2\sqrt{3}$ B $4+2\sqrt{3}$ C $2+2\sqrt{3}$ D $2-2\sqrt{3}$

الصيغة الجذرية المبسطة للمقدار $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$

مشروح للطالب

A $1+\sqrt{2}$ B $1-\sqrt{2}$ C $-1+\sqrt{2}$ D $-1-\sqrt{2}$

حل المعادلات الأسية التالية:

$(7)^{\frac{x}{4}}(7)^{\frac{x}{2}} = (7)^{6}$

$7^{\frac{3}{4}x} = 7^{6}$

$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4}x = 6 \times \frac{4}{3}$

$x = 8$

$(3)^{\frac{x}{2}}(3)^{\frac{x}{3}} = (3)^{8}$

مشروح للطالب

$625^{2x-3} = 25^{3x-2}$

$(5^{4})^{2x-3} = (5^{2})^{3x-2}$

$5^{8x-12} = 5^{6x-4}$

$8x - 12 = 6x - 4$

$8x - 6x = 12 - 4$

$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$

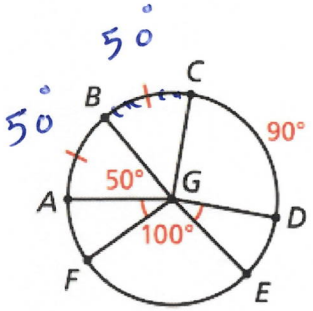
$x = 4$

$256^{x+2} = 4^{103x+9}$

مشروح للطالب

17

أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{BC}$

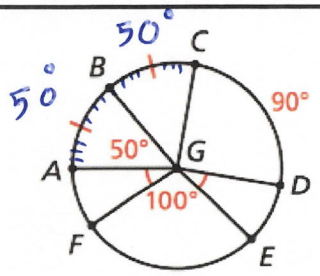


A 100° B 70°

C 35° D 50°

أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{AC}$

50° + 50°



A 100° B 70°

C 35° D 50°

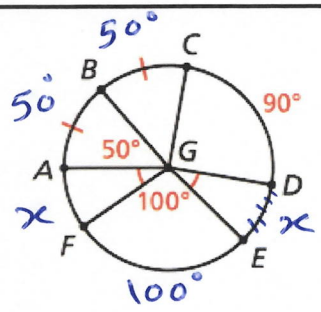
أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{DE}$

$2x + 290^\circ = 360^\circ$

$2x = 360 - 290^\circ$

$\frac{2x}{2} = \frac{70^\circ}{2}$

$x = 35$

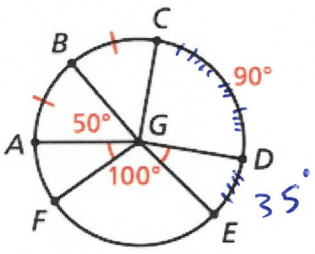


A 100° B 35°

C 70° D 50°

أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{CDE}$

$90^\circ + 35^\circ$



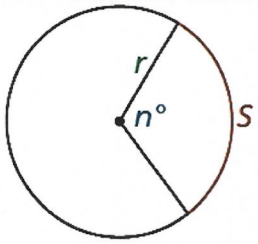
A 100° B 35°

C 125° D 50°

18

طول القوس هو جزء من محيط الدائرة.

$$S = \frac{n}{360} \times 2\pi r$$

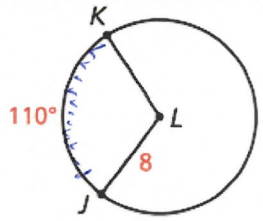


طول قوس S من دائرة يساوي ناتج ضرب النسبة بين قياس زاويته المركزية n بالدرجات إلى $360°$ في محيط الدائرة $2\pi r$

قياس زاوية مركزية بالدرجات

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{JK}$

$\frac{110^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 8$



A $\frac{22}{3}\pi$

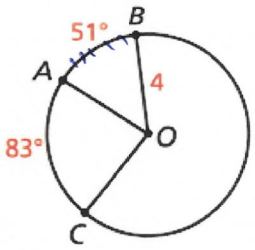
B $\frac{128}{3}\pi$

C $\frac{44}{9}\pi$

D $\frac{176}{9}\pi$

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{AB}$

$\frac{51^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 4$



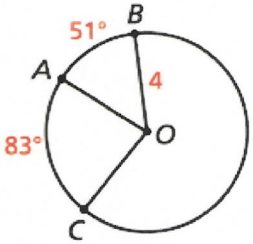
A $\frac{83}{45}\pi$

B $\frac{301}{45}\pi$

C $\frac{34}{15}\pi$

D $\frac{17}{15}\pi$

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{AC}$



مشروع للطالب

A $\frac{83}{45}\pi$

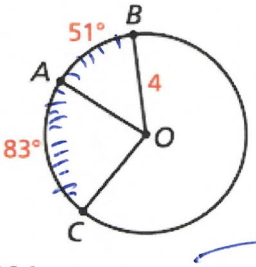
B $\frac{301}{45}\pi$

C $\frac{17}{15}\pi$

D $\frac{34}{15}\pi$

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{CB}$

$\frac{134^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 4$



$51^\circ + 83^\circ = 134^\circ$

A $\frac{226}{45}\pi$

B $\frac{134}{45}\pi$

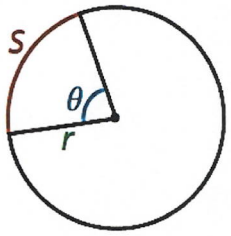
C $\frac{17}{15}\pi$

D $\frac{34}{15}\pi$

19

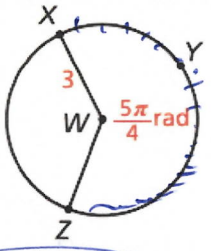
طول قوس S من دائرة يساوي ناتج ضرب قياس زاويته المركزية θ بالراديان في طول نصف قطر الدائرة r.

$$S = \theta r$$



قياس زاوية مركزية بالراديان

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{XYZ}$

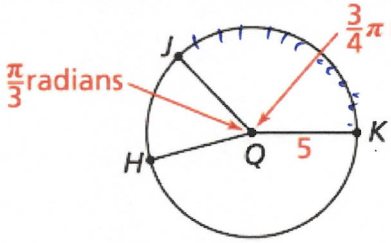


$\frac{5\pi}{4} \times 3 = \frac{15}{4}\pi$

A $\frac{15}{4}\pi$ B $\frac{3}{4}\pi$

C $\frac{65}{12}\pi$ D $\frac{5}{3}\pi$

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{JK}$

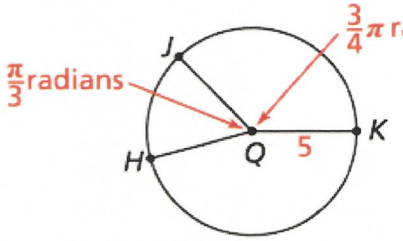


$\frac{3}{4}\pi \times 5$

A $\frac{3}{4}\pi$ B $\frac{15}{4}\pi$

C $\frac{1}{3}\pi$ D $\frac{5}{3}\pi$

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{JH}$

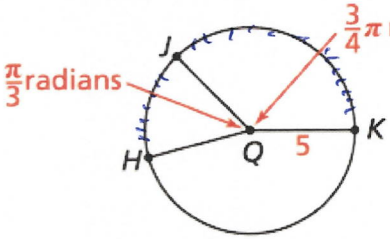


مشروك للطالب

A $\frac{3}{4}\pi$ B $\frac{15}{4}\pi$

C $\frac{1}{3}\pi$ D $\frac{5}{3}\pi$

أوجد طول القوس $\overset{\frown}{HJK}$



$\frac{13}{12}\pi \times 5$

$\frac{\pi}{3} + \frac{3}{4}\pi = \frac{13}{12}\pi$

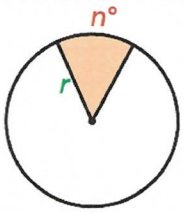
A $\frac{3}{4}\pi$ B $\frac{15}{4}\pi$

C $\frac{65}{12}\pi$ D $\frac{5}{3}\pi$

20

القطاع الدائري

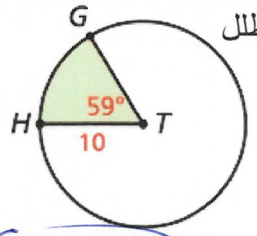
هو المنطقة المحصورة بين نصفي قطري دائرة والقوس المقابل للزاوية المركزية المكوّنة من نصفي القطرين.



مساحة القطاع = $\frac{n^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

أوجد مساحة القطاع الدائري المظلل

$\frac{59^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 10^2$



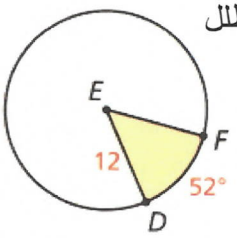
A $\frac{295}{18}\pi$

B $\frac{59}{63}\pi$

C $\frac{59}{18}\pi$

D $\frac{1505}{18}\pi$

أوجد مساحة القطاع الدائري المظلل



متدرك للطالب

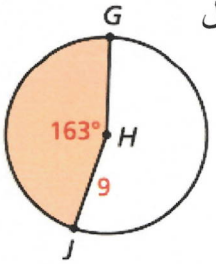
A $\frac{259}{18}\pi$

B $\frac{104}{5}\pi$

C $\frac{59}{18}\pi$

D $\frac{1505}{18}\pi$

أوجد مساحة القطاع الدائري المظلل



متدرك للطالب

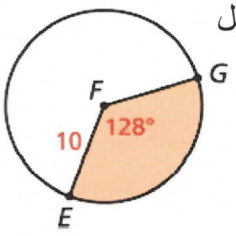
A $\frac{197}{20}\pi$

B $\frac{1773}{40}\pi$

C $\frac{1467}{40}\pi$

D $\frac{163}{40}\pi$

أوجد مساحة القطاع الدائري المظلل



متدرك للطالب

A $\frac{580}{9}\pi$

B $\frac{116}{9}\pi$

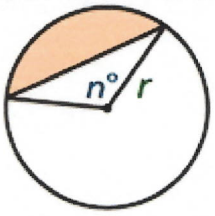
C $\frac{163}{20}\pi$

D $\frac{320}{9}\pi$

21

القطعة الدائرية

هي جزء من الدائرة محصور بين قوس والقطعة المستقيمة التي تصل بين نهايتيه.

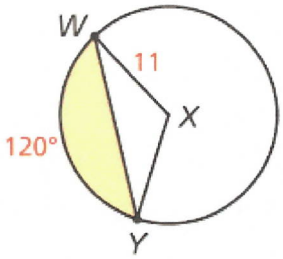


مساحة القطاع = $\frac{n^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} r^2 \sin n^\circ$

مساحة القطعة الدائرية = مساحة القطاع − مساحة المثلث

أوجد مساحة القطعة الدائرية المظللة:

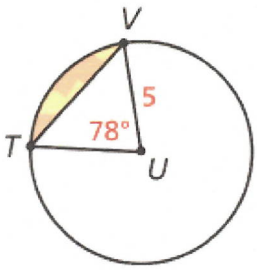


مساحة القطاع $= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 11^2 = \frac{121}{3}\pi$

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times 11^2 \times \sin 120^\circ = 52.39$

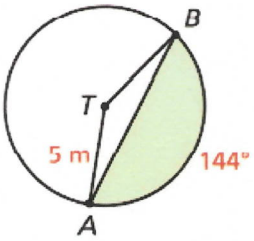
مساحة القطعة $= \frac{121}{3}\pi - 52.39 = 74.32$

أوجد مساحة القطعة الدائرية المظللة:



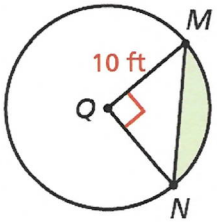
مدرك للطالب

أوجد مساحة القطعة الدائرية المظللة:



مدرك للطالب

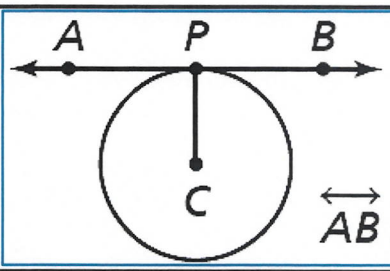
أوجد مساحة القطعة الدائرية المظللة:



مدرك للطالب

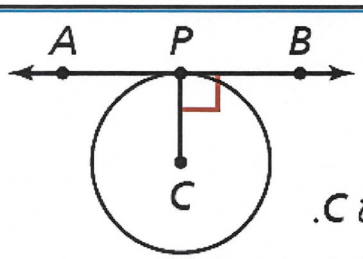
22

إذا كان



فإن $\overleftrightarrow{AB} \perp \overline{CP}$

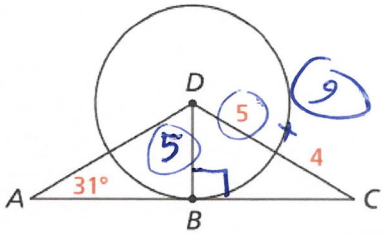
إذا كان



فإن $\overleftrightarrow{AB}$ مماس للدائرة C.

إذا كان $\overline{AC}$ مماسا للدائرة عند B ،أوجد طول $\overline{BC}$

$BC = \sqrt{9^2 - 5^2}$



A $\sqrt{106}$

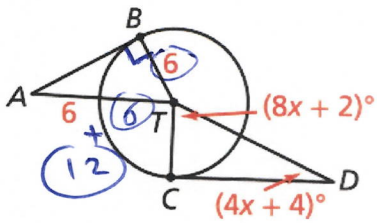
B $2\sqrt{14}$

C 59

D 90

إذا كان AB **مماس للدائرة** T أوجد طول $\overline{AB}$

$AB = \sqrt{12^2 - 6^2}$



A $\sqrt{3}$

B $6\sqrt{5}$

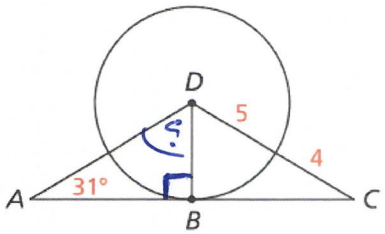
C $6\sqrt{3}$

D $\sqrt{5}$

إذا كان $\overline{AC}$ مماسا للدائرة عند B ،أوجد $m\angle ADB$

$m\angle ADB = 180° - 90° - 31°$

$= 59°$



إذا كان ~~AB~~ $\angle D$ **مماس للدائرة** T أوجد قيمة x

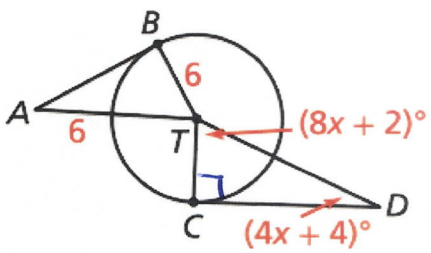
$(8x+2)° + (4x+4)° + 90° = 180°$

$12x + 96 = 180$

$12x = 180 - 96$

$\frac{12x}{12} = \frac{84}{12}$

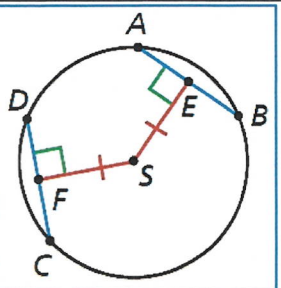
$x = 7$



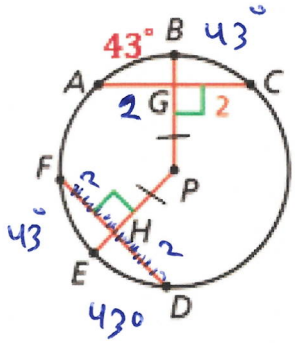
23

إذا كان $\overline{SE} \cong \overline{SF}$،
فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$،
فإن $\overline{SE} \cong \overline{SF}$



في الشكل المجاور أوجد طول $\overline{DF}$

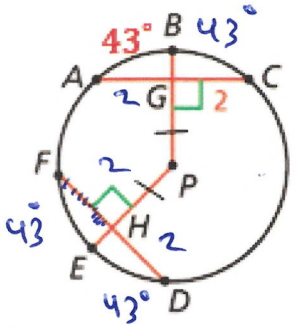


2 + 2 = 4

A 43 B 2

C 4 D 86

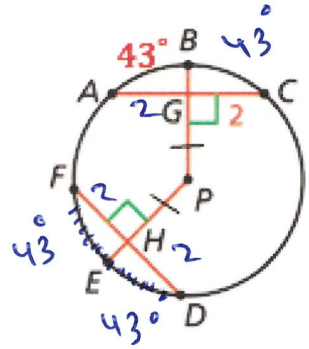
في الشكل المجاور أوجد طول $\overline{FH}$



A 43 B 2

C 4 D 86

في الشكل المجاور أوجد قياس القوس $\overline{FD}$

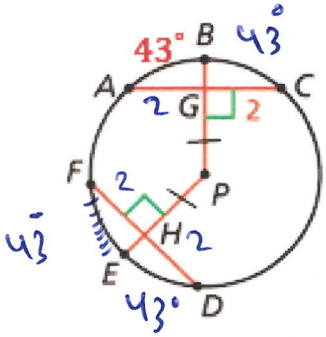


43° + 43° = 86°

A 43 B 2

C 4 D 86°

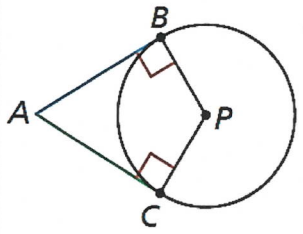
في الشكل المجاور أوجد قياس القوس $\overline{FE}$



A 43° B 2

C 4 D 86

إذا كان

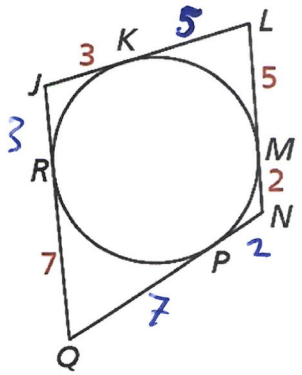


فإن $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

أوجد محيط JLNQ

$7+7+3+3+5+5+2+2$

$= 34$



$FG = HG = 17$

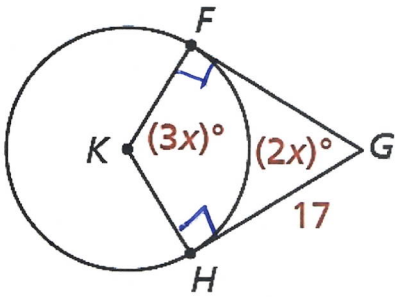
$3x + 2x + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$

$5x = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$

$\frac{5x}{5} = \frac{180^\circ}{5}$

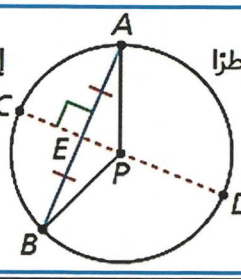
$x = 36^\circ$

$m\angle FGH = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$



إذا كان $\overline{CD}$ قطرًا و $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ فإن $\overline{AE} \cong \overline{BE}$

إذا كان $\overline{CD}$ قطرًا و $\overline{AE} \cong \overline{BE}$ فإن $\overline{AB} \perp \overline{CD}$

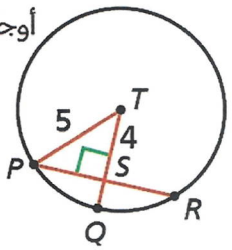


$PS = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$PS = RS = 3$

$PR = 3 + 3 = 6$

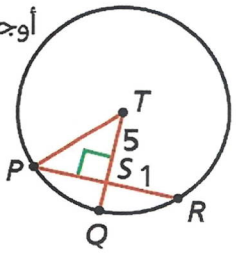
أوجد PR



$PS = RS = 1$

$PT = \sqrt{5^2 - 1^2} = 2\sqrt{6}$

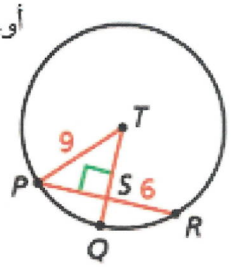
أوجد PT

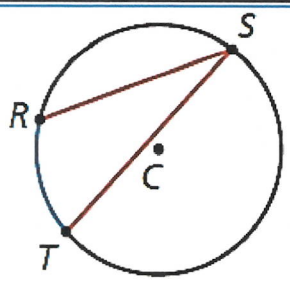


25 $PS = RS = 6$

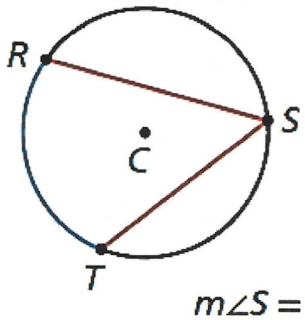
$TS = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}$

أوجد TS

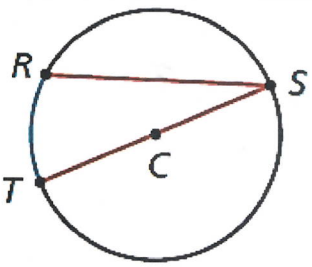




$m\angle S = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{RT}$



$m\angle S = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{RT}$



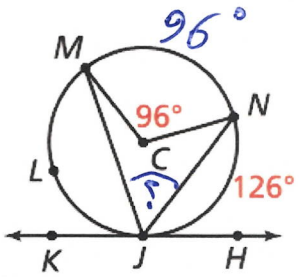
$m\angle S = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{RT}$

في الشكل التالي أوجد $m\angle MJN$

$m\angle MJN = \frac{96^\circ}{2} = 48^\circ$

زاوية محيطية

(قياس المحيطية $\frac{1}{2}$ = قياس القوس)

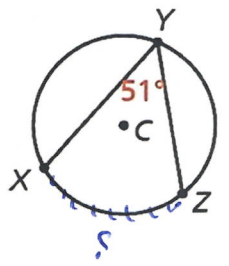


(A) 48° (B) 96°

(C) 63° (D) 126°

$m\overset{\frown}{XZ} = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$

قياس القوس = ضعف قياس المحيطية

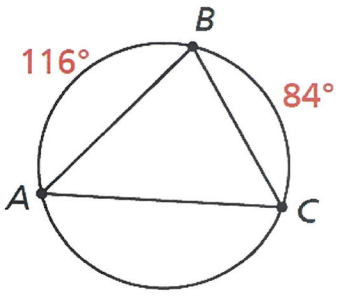


أوجد قياس زوايا ΔABC.

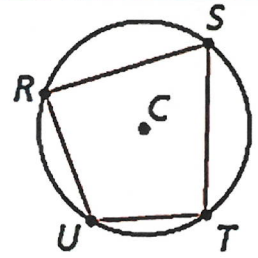
$m\angle A = \frac{84^\circ}{2} = 42^\circ$ (محيطية)

$m\angle C = \frac{116^\circ}{2} = 58^\circ$ (محيطية)

$m\angle B = 180^\circ - 58^\circ - 42^\circ = 80^\circ$



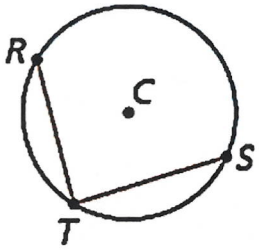
إذا كان



فإن $m\angle R + m\angle T = 180°$

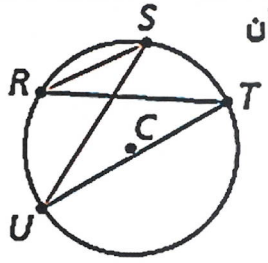
$m\angle S + m\angle U = 180°$

إذا كان $m\overset{\frown}{RS} = 180°$



فإن $m\angle T = 90°$

إذا كان



فإن $\angle S \cong \angle T$

$\angle U \cong \angle R$

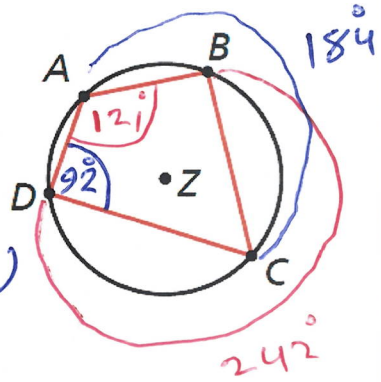
إذا كان $m\overset{\frown}{ABC} = 184°$ و $m\overset{\frown}{BCD} = 242°$، أوجد قياسات زوايا الشكل الرباعي $ABCD$.

$m\angle A = \frac{242°}{2} = 121°$ (محيطية)

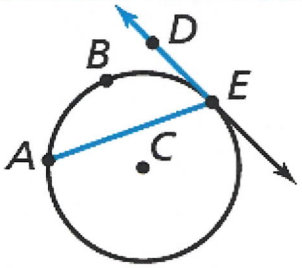
$m\angle C = 180° - 121° = 59°$ (رباعي دائري)

$m\angle D = \frac{184°}{2} = 92°$ (محيطية)

$m\angle B = 180° - 92° = 88°$ (رباعي دائري)



إذا كان

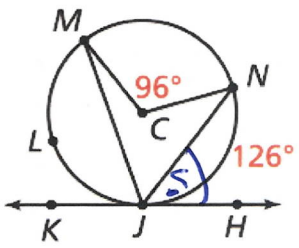


فإن $m\angle AED = \frac{1}{2}\, m\overset{\frown}{ABE}$

في الشكل التالي أوجد $m\angle HJN$

$m\angle HJN = \frac{126°}{2} = 63°$

(قياس الماسية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس)



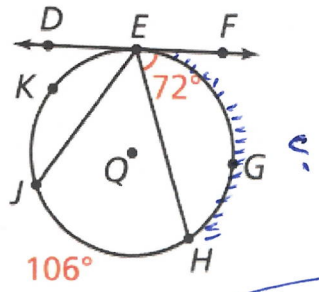
A $48°$

B $96°$

C $63°$

D $126°$

في الشكل التالي أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{EGH}$



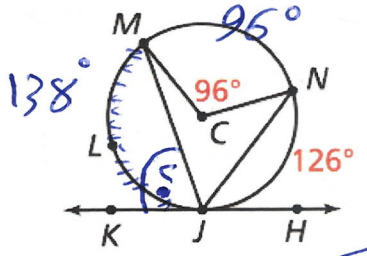
$= 2 \times 72^\circ = 144^\circ$

(قياس القوس = ضعف قياس الزاوية المحاطية)

A 110° B 144°

C 55° D 53°

في الشكل التالي أوجد $m\angle KJM$



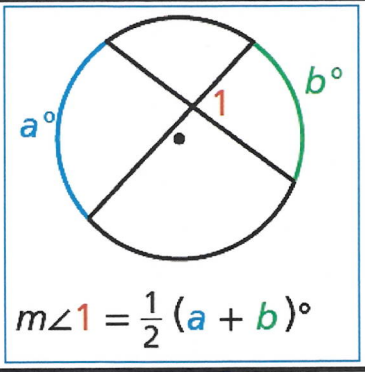
$m\overset{\frown}{MLJ} = 360^\circ - 96^\circ - 126^\circ$

$= 138^\circ$

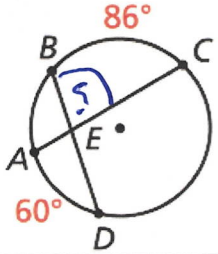
$m\angle KJM = \frac{138^\circ}{2} = 69^\circ$

A 48° B 96°

C 69° D 126°



في الشكل المجاور أوجد $m\angle BEC$

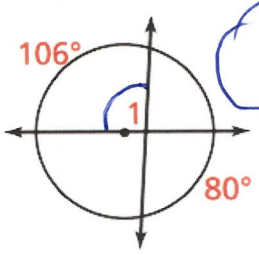


$\frac{86^\circ + 60^\circ}{2} = 73^\circ$

A 26° B 13°

C 140° D 73°

في الشكل المجاور أوجد $m\angle 1$



صروك للطالب

A 93° B 13°

C 26° D 186°

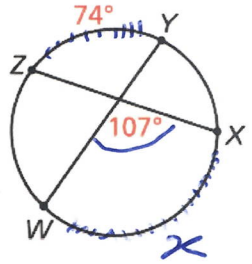
28

$\frac{x+74^\circ}{2} = \frac{107^\circ}{1}$ (وتران متقاطعان)

$x + 74^\circ = 214^\circ$

$x = 214^\circ - 74^\circ$

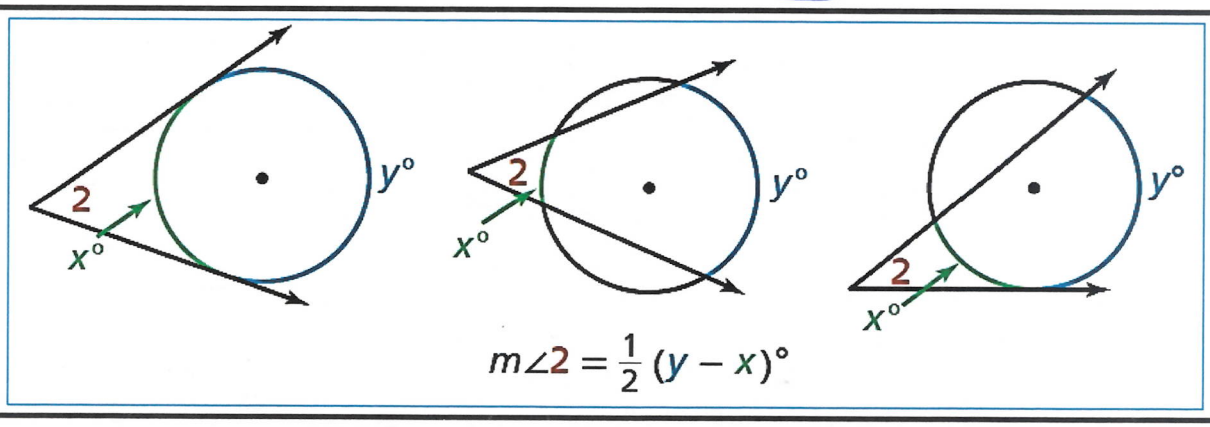
$x = 140^\circ$



في الشكل السابق أوجد قياس القوس $\overset{\frown}{WX}$

A 148° B 214°

C 140° D 186°

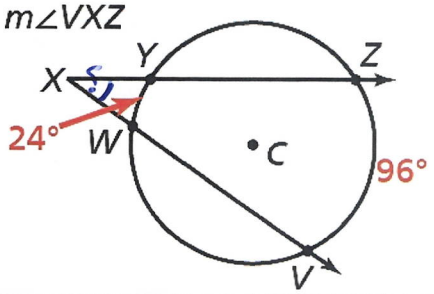


$m\angle 2 = \frac{1}{2}(y - x)^\circ$

$m\angle VXZ = \frac{96^\circ - 24^\circ}{2} = 36^\circ$

(وتران متقاطعان)

$m\angle VXZ$

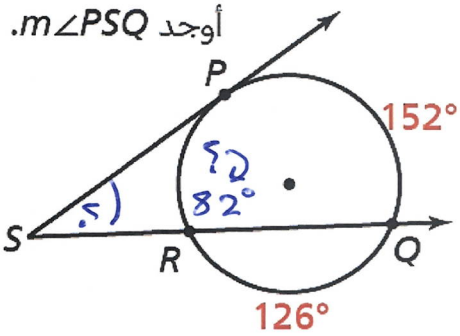


$m\overset{\frown}{PR} = 360^\circ - 126^\circ - 152^\circ = 82^\circ$

$m\angle PSQ = \frac{152^\circ - 82^\circ}{2} = 35^\circ$

(مماس ووتر متقاطعان)

أوجد $m\angle PSQ$.

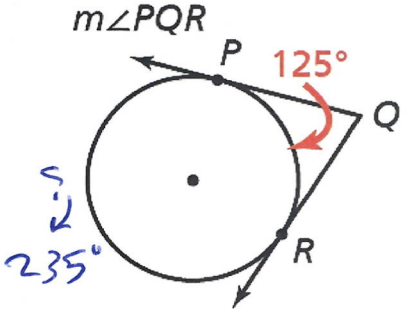


$m\overset{\frown}{PR}$ الآخر $= 360^\circ - 125^\circ = 235^\circ$

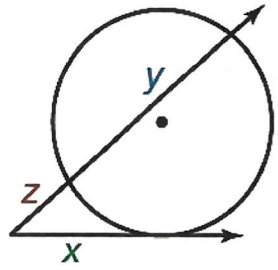
$m\angle PQR = \frac{235^\circ - 125^\circ}{2} = 55^\circ$

(مماسان متقاطعان)

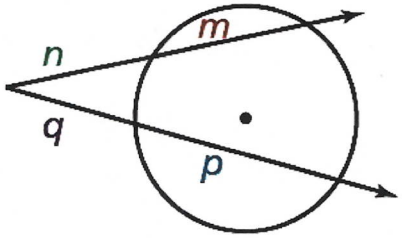
$m\angle PQR$



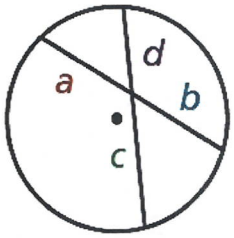
29



$x^2 = (z + y)z$

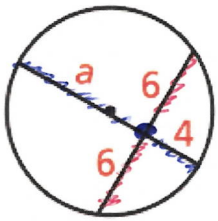


$(n + m)n = (q + p)q$



$ab = cd$

في الشكل المجاور أوجد قيمة a



$4 \times a = 6 \times 6$

$\frac{4a}{4} = \frac{6 \times 6}{4}$

$a = 9$

(وتران متقاطعان)

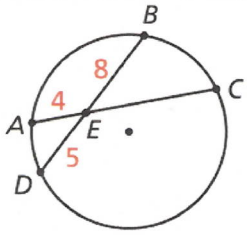
A **9**

B **36**

C **24**

D **12**

في الشكل المجاور أوجد طول $\overline{EC}$



متروك للطالب

A **10**

B **40**

C 32

D **20**

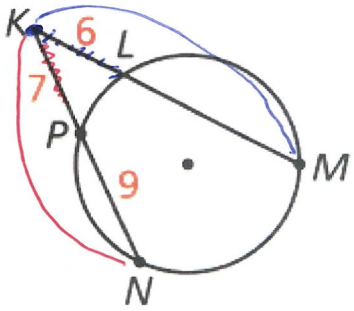
في الشكل التالي أوجد طول LM

$6(6 + LM) = 7(7 + 9)$ (وتران متقاطعان)

$36 + 6LM = 112$

$\frac{6LM}{6} = \frac{76}{6}$

$LM = \frac{38}{3}$



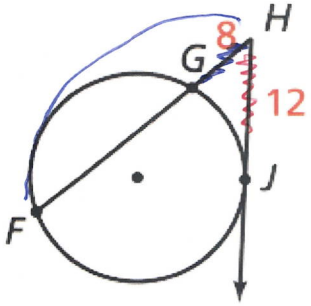
في الشكل التالي أوجد طول FG

$8(8 + FG) = 12^2$ (وتر ومماس متقاطعان)

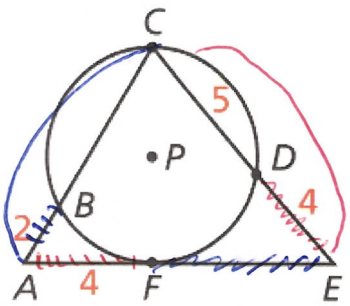
$64 + 8FG = 144$

$\frac{8FG}{8} = \frac{80}{8}$

$FG = 10$



30



في الشكل المجاور:

أوجد طول EF

$(EF)^2 = 4(4+5)$ (وتر ومماس متقاطعان)

$\sqrt{(EF)^2} = \sqrt{36}$

$EF = 6$

أوجد طول BC

$2(2+BC) = 4^2$ (وتر ومماس متقاطعان)

$4 + 2BC = 16$

$2BC = 12$

$BC = 6$

يتضمن العمود الأول الرجال والعمود الثاني النساء، ويتضمن الصف الأول الموظفين المتزوجين والصف الثاني الموظفين غير المتزوجين. أوجد d_{11} , d_{12} , d_{22} واذكر ما يمثّله كل عدد.

نساء / رجال

$$D = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$ متزوجين / غير متزوجين

d_{11} (عمود 1، صف 1)

d_{12} (عمود 2، صف 1)

d_{22} (عمود 2، صف 2)

$d_{11} = 4$ (4 رجال متزوجين)

$d_{12} = 5$ (5 نساء متزوجات)

$d_{22} = 6$ (6 نساء غير متزوجات)

ما قيمة a_{23} في المصفوفة $A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

A -5 B 2 C 1 D -3

أوجد قيمة كل متغير.

$$\begin{bmatrix} a & b-3 \\ c & d+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$a = 4$

$c = 6$

$b - 3 = -3$

$b = -3 + 3$

$b = 0$

$d + 5 = 4$

$d = 4 - 5$

$d = -1$

إذا كان $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ أوجد قيمة $3A$

$3 \times \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

A $\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & -9 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & -9 \end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ D $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

31

إذا كان $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$ أوجد $A - B$

$\begin{bmatrix} 3-(-5) & 4-1 \\ -1-0 & -2-(-6) \end{bmatrix}$

A $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} -8 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ C $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$ D $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$

إذا كان $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ أوجد رتبة ناتج $A \times B$

$2\times\boxed{2} = \boxed{2}\times 3$ ، 2×3 ، 2×2 ، 2×3

A 3×2 B 2×2 C 2×3 D 3×1

إذا كانت: $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ أوجد كل مما يلي:

$4A = 4\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 20 \\ -4 & -8 \end{bmatrix}$

النظير الجمعي للمصفوفة C $= -C = -\begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 & -4 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

المصفوفة الصفرية من الرتبة 3×2 $= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$A + B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+4 & 5+1 \\ -1+0 & -2+(-6) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$

$B + A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3 & 1+5 \\ 0+(-1) & -6+(-2) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -1 & -8 \end{bmatrix}$

هل $A + B = B + A$ ؟ نعم

2X2 2X3

إذا كانت: $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ أوجد كل مما يلي:

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-4 & 5-1 \\ -1-0 & -2-(-6) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

رتبة A = 2 X 2 رتبة C = 2 X 3

رتبة $A \times C$ = 2 X 3

2X2 = 2X3

$$IA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = A$$

$$AI = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = A$$

$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$$

2X2 = 2X2 ⟹ $\begin{bmatrix} \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots \end{bmatrix}$ 2 X 2

$$= \begin{bmatrix} (3)(4)+(5)(0) & (3)(1)+(5)(-6) \\ (-1)(4)+(-2)(0) & (-1)(1)+(-2)(-6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -27 \\ -4 & 11 \end{bmatrix}$$

إذا كانت: $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$ أوجد:

BA

~~AB~~ =

مذكرة الطالب

يبيّن الجدول أدناه أطوال 30 طالبًا، مقرّبًا إلى أقرب سنتمتر، في إحدى المدارس.

الفئات	154 - 158	158 - 162	162 - 166	166 - 170	170 - 174
التكرار f	4	6	8	7	5

قدّر الوسط الحسابي لأطوال هؤلاء الطلاب

الفئات	التكرار f	مركز الفئة x	مركز الفئة . التكرار $x.f$
154-158	4	156	624
158-162	6	160	960
162-166	8	164	1312
166-170	7	168	1176
170-174	5	172	860
المجموع	30		4932

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$$

$$\bar{x} = \frac{4932}{30} = 164.4\text{cm}$$

السؤال الثامن: يمثل الجدول التالي درجات بعض الطلاب في اختبار الفيزياء

الفئات	$0-4$	$4-8$	$8-12$	$12-16$
التكرار f	4	10	6	5

ضروري للطالب

1- أكمل الجدول التالي

الفئات	التكرار f	مركز الفئة x	$x \cdot f$
$0-4$	4	.....	.....
$4-8$	10	.....	.....
$8-12$	6	.....	.....
$12-16$	5	.....	.....
المجموع	.....		.....

2- أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$

34

يبيّن الجدول التكراري أدناه أطوال 40 طالبًا لأقرب سنتيمتر. قدّر الوسيط لأطوال هؤلاء الطلاب

رتبة الوسيط $= \frac{40}{2} = 20$

الفئات	160 - 164	164 - 168	168 - 172	172 - 176	176 - 180
التكرار f	6	12	10	9	3

6 ← 18 ← 20

الحد الأدنى للفئة الوسيطية

طول الفئة الوسيطية $= 172 - 168 = 4$

الوسيط $= 168 + \frac{2}{10} \times 4$

الوسيط $= 168.8$ cm

يتضمن الجدول التالي أطوال بعض الأفراد

الفئة المنوالية

الفئات	160 - 164	164 - 168	168 - 172	172 - 176	176 - 180
التكرار f	6	12	10	9	3

أكبر تكرار

المنوال $= \frac{168+172}{2} = 170$

قدر قيمة المنوال للبيانات

A **20** B **170** C **168.8** D 166

تمثّل البيانات في الجدول أدناه أطوال 50 تمساخا بالسنتمتر. قدّر المنوال

مقارنة للطالب

الفئات	160 - 170	170 - 180	180 - 190	190 - 200	200 - 210
التكرار f	12	10	19	6	3

يبيّن الجدول أدناه معدل السرعة بوحدة km/h لمجموعة من السيارات على إحدى الطرق.

الفئات	60 - 70	70 - 80	80 - 90	90 - 100
التكرار f	35	65	70	30

أوجد المدى لقيم هذه البيانات.

$100 - 60 = 40$ km/h

35

مدرك للطالب

يتضمن الجدول التالي أطوال بعض الافراد

الفئات	160 - 164	164 - 168	168 - 172	172 - 176	176 - 180
التكرار f	6	12	10	9	3

أوجد مدى قيم الأطوال

A **20** B **170** C **168.8** D 166

إذا كان التباين لمجموعة من البيانات يساوي 4 فإن الانحراف المعياري لهذه البيانات يساوي

$\sigma^2 = 4$ $\quad \sigma = ?$

$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{4}$

$\sigma = 2$

A **1** B **8** C **2** D **16**

يبين الجدول أدناه الزمن بالدقائق الذي استغرقه 40 متسابقًا في اجتياز مسافة 20 km

$\bar{x} = \frac{4760}{40} = 119$

الفئات	80 - 100	100 - 120	120 - 140	140 - 160
التكرار f	4	20	10	6

أوجد التباين والانحراف المعياري لزمن السباق.

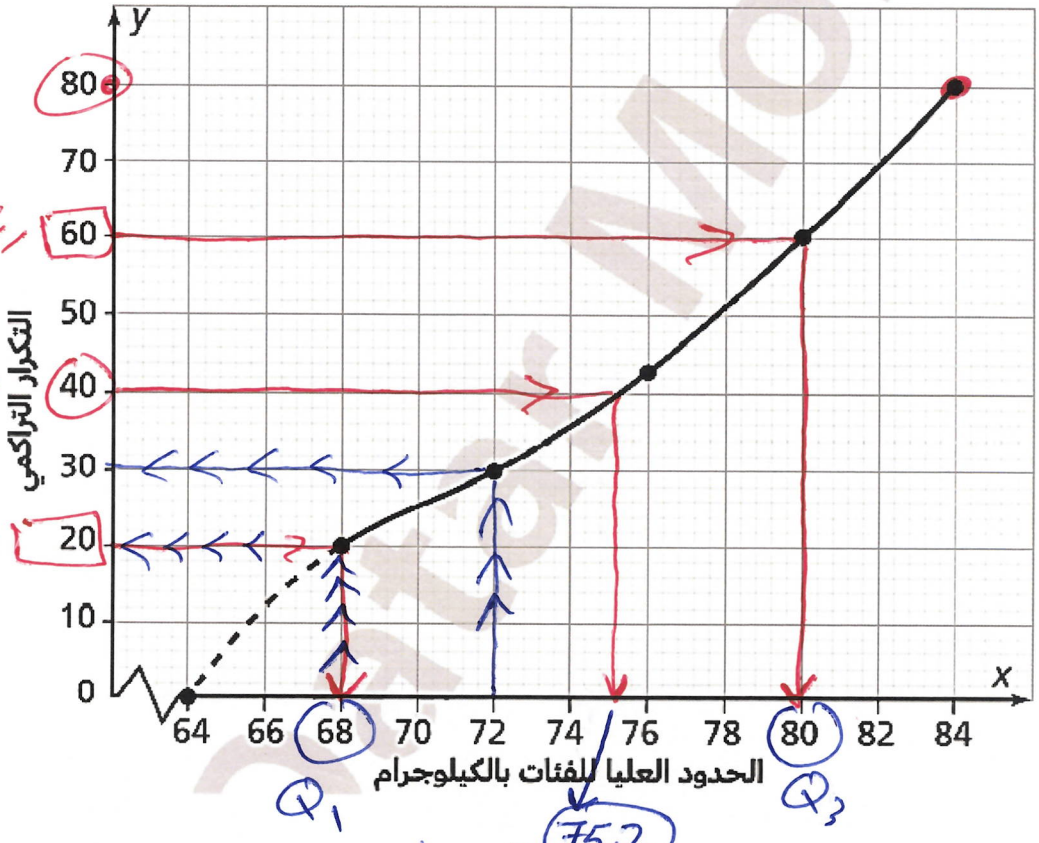
الفئات	التكرار f	مركز الفئة x	$x \cdot f$	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$	$f \cdot (x - \bar{x})^2$
80-100	4	90	360	$90-119=-29$	841	3364
100-120	20	110	2200	$110-119=-9$	81	1620
120-140	10	130	1300	11	121	1210
140-160	6	150	900	31	961	5768
∑ المجموع	40		4760			11960

التباين $\sigma^2 = \frac{\sum f \cdot (x - \bar{x})^2}{\sum f}$

$= \frac{11960}{40} = 299$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{299} \simeq 17.29$

يمثّل المنحنى التكراري التراكمي أدناه كتل 80 شخصًا إلى أقرب كيلوجرام.



قدّر باستعمال هذا المنحنى كلًّا مما يلي:

الوسيط = 75.2

رتبة الوسيط: $\frac{80}{2} = 40$

الربيع الأول = 68

رتبة الربيع الأول: $80 \times 25\% = 20$

الربيع الثالث = 80

رتبة الربيع الثالث: $80 \times 75\% = 60$

المدى الربيعي $= Q_3 - Q_1$

$= 80 - 68$

$= 12$

عدد الأشخاص الذين تقل كتلتهم عن 68 كيلوجرام

$20 - 0 = 20$ شخصًا

عدد الأشخاص الذين تزيد كتلتهم عن 72 كيلوجرام

$80 - 30 = 50$ شخصًا

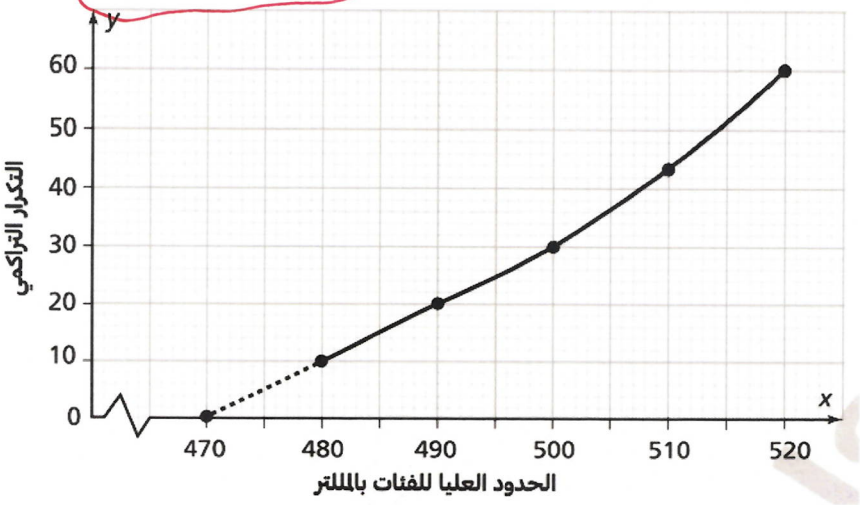
عدد الأشخاص الذين تقع كتلتهم بين 68 كيلوجرام و72 كيلوجرام

$30 - 20 = 10$ أشخاص

37

يمثل المنحنى التكراري التراكمي أدناه كمية المياه التي تحتويها 60 عبوة مياه معدنية

باستعمال المنحنى التكراري قدر قيمة ما يلي:



الوسيط

الربيع الأول Q_1

الربيع الثالث Q_3

المدى الربيعي

المدي الربيعي لقيم البيانات يتضمن

A 25% من قيم البيانات B 50% من قيم البيانات C 75% من قيم البيانات D 100% من قيم البيانات

عند احتساب الربيع الثالث(Q_3) لقيمة بيانات معطاة فإن (اختاركل ما ينطبق)

A Q_3 50% من القيم تكون أصغر من

B Q_3 50% من القيم تكون أكبر من

C Q_3 25% من القيم تكون أكبر من

D Q_3 25% من القيم تكون أصغر من

E Q_3 75% من القيم تكون أصغر من

F Q_3 75% من القيم تكون أكبر من

عند احتساب الربيع الأول(Q_1) لقيمة بيانات معطاة فإن (اختاركل ما ينطبق)

A Q_1 50% من القيم تكون أصغر من

B Q_1 50% من القيم تكون أكبر من

C Q_1 25% من القيم تكون أكبر من

D Q_1 25% من القيم تكون أصغر من

E Q_1 75% من القيم تكون أصغر من

F Q_1 75% من القيم تكون أكبر من